# Fermi-Fragen bereichern den Mathematikunterricht

Clemens Meier Als Mathematiklehrer steht man manchmal fassungslos vor den Ergebnissen, die einem Schüler als Lösung für bestimmte Aufgaben anbieten. Durch den Umgang mit offenen Aufgaben lernen sie, sich der Realitätstauglichkeit ihrer Lösungen bewusst zu werden und erkennen, dass es nicht immer nur eine eindeutig richtige Lösung gibt. Wie Clemens Meier, Anwärter aus Kurs 2019, diese Aufgabenart nutzte um die prozessbezogenen Kompetenzen bei seinen Schülern zu festigen, schildert er in folgendem Beitrag.

> "Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?" Mit dieser merkwürdig klingenden Frage schuf der Physiker Enrico Fermi die nach ihm benannte Kategorie der Fermi-Fragen. Dabei handelt es sich um offene Aufgaben ohne konkrete Lösung, bei denen auch nicht die Lösung selbst, sondern der Lösungsweg im Vordergrund steht. Es geht nicht um ein richtiges Ergebnis am Ende einer Rechnung, sondern um flexibles Denken und tatsächliches Anwenden mathematischer Fähigkeiten in alltäglichen Situationen. Damit brechen die Fermi-Fragen mit dem bekannten Klischee, dass es im Matheunterricht immer nur richtige oder falsche Antworten gibt und der Lösungsweg lediglich als Beweis dafür dient, dass man nicht durch Zufall auf das richtige Ergebnis gekommen ist. Wie sich mit den Fermi-Fragen und ihrem Einsatz im Mathematikunterricht jedoch noch weit mehr als das Aufräumen mit Klischees erreichen lässt, möchte ich in der folgenden Darstellung meiner Lehrprobe im Fach Mathematik zeigen. Meine Lehrprobenstunde lässt sich dabei nicht als einzelne Stunde darstellen, sondern war Teil einer Methode, die ich in meiner 9. Klasse über mehrere Stunden eingeführt und eingeübt hatte.

# Methode

Anstoß für die Beschäftigung mit offenen Aufgaben war die relativ schwache Leistung meiner Schüler bei der Anwendung von mathematischem Wissen auf komplexere Probleme und Textaufgaben. Sobald eine Aufgabe mehr als die reine Anwendung von Rechenregeln erforderte, wurde deutlich sichtbar, dass einige Schüler keine tiefgehenden Vorstellungen zu verschiedenen mathematischen Themen aufgebaut hatten. Diese Verbindung zwischen Grundvorstellungen, Rechenregeln und Anwendungen in realen Situationen wollte ich durch die Thematisierung von offenen Aufgaben stärken und den Schülern vor allem im Hinblick auf komplexe Aufgaben verschiedene Strategien zur Lösung an die Hand geben.

Ich wählte die Fermi-Aufgaben als Unterrichtsthema und entschloss mich dazu, die Herangehensweise an solche offenen Aufgaben in mehreren Stunden mit unterschiedlichen Schwerpunkten zu thematisieren. Die Stunden waren dabei über das gesamte Schuljahr verteilt, da die Inhalte der Fermi-Fragen völlig losgelöst von den inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans behandelt werden können. Der grundsätzliche Stundenablauf folgte dabei immer einem ähnlichen Schema: Zu Beginn einer Stunde stellte ich in einem Lehrervortrag eine mögliche Lösung einer Fermi-Frage vor (z. B.: "Wie hoch wäre ein Turm aus dem Papier, das in deiner Schule jedes Jahr für Kopien verbraucht wird"). Dabei stellte ich gezielt die Elemente meiner Problemlösung in den Vordergrund, die in dieser Stunde besonders thematisiert werden sollten. Danach wählten die Schüler in Gruppen eigene Aufgaben aus, überlegten sich Strategien zur Lösung der Aufgaben, führten diese durch und präsentierten am Ende ihren Lösungsweg und ihr Ergebnis der Klasse.

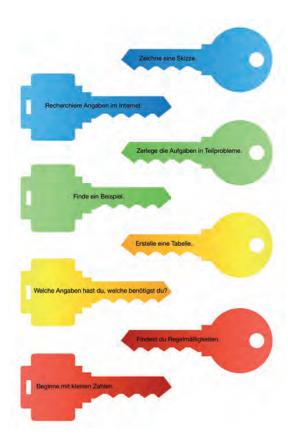
In den ersten beiden Stunden wollte ich die Schüler zunächst mit der Idee der offenen Aufgaben vertraut machen, da viele noch die Befürchtung hatten, sie müssten die eine richtige Antwort finden. Als Unterstützung hatten die Schüler dafür ein Blatt mit "Strategieschlüsseln", die ihnen die Herangehensweise an eine Aufgabe erleichtern sollten.



Solche Strategien waren beispielsweise:

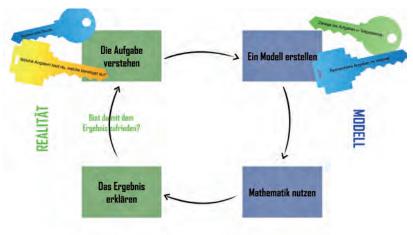
- Zeichne dir eine Skizze!
- Welche Angaben hast du, welche benötigst du noch?
- Welche Angaben kannst du im Internet recherchieren?

Die benutzten Strategien wurden am Ende in der Präsentation thematisiert und die Schlüssel wurden so sehr schnell zu einem festen Repertoire der Schüler, das sie zunehmend auch bei regulären Matheaufgaben einsetzen konnten.



Der Fokus der nächsten Stunden lag dann auf der Einführung des Modellierungsplans und der Bewertung des Ergebnisses im Hinblick auf die Ausgangssituation. Hier sollten die Schüler vor allem ein Gefühl dafür entwickeln, was ein mathematisches Ergebnis nun im Kontext der realen Welt bedeutet und ob ihre Lösung der Aufgabe auch Sinn ergibt. Die Schüler lernten so das Modellieren anhand von realitätsnahen Aufgaben kennen und entfernten sich auch hier zunehmend davon, eine richtige Lösung suchen zu wollen, sondern konzentrierten sich mehr auf den Lösungsweg und ihre Herangehensweise an verschiedene Aufgaben.

Die sechste Stunde zum Thema Fermi-Fragen, die im Folgenden etwas genauer dargestellt wird, präsentierte ich dann in meiner Lehrprobe und legte hier zum ersten Mal den Fokus auf den letzten Schritt, die Präsentation der Ergebnisse.



## Rahmenbedingungen

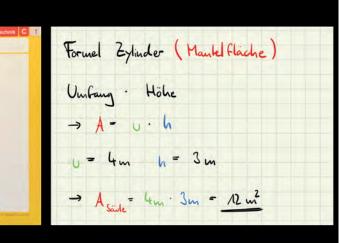
Die Stunde fand in der 9. Klasse meiner Ausbildungsschule, einer Gemeinschaftsschule, auf M-Niveau statt; die Klasse bestand aus 21 Schülern. Die Klasse wurde für jede Stunde zum Thema Fermi-Fragen in zufällig ausgewählte Dreiergruppen eingeteilt und an Gruppentische gesetzt.



Das Stundenziel lautete: "Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten Fermi-Aufgaben, wählen geeignete Strategien zur Lösung offener Aufgaben, beurteilen ihre Ergebnisse im Hinblick auf die Aufgabenstellung und präsentieren ihre Lösungen der Klasse." Wie bereits erwähnt lag dabei der Fokus der Stunde auf der Präsentation der Ergebnisse.

#### Medien

Wichtig für das Gelingen der Stunde war vor allem der Medieneinsatz, den ich an dieser Stelle kurz thematisieren möchte. Die erwähnten Fermi-Fragen stammen alle aus den Fermi-Boxen des Klett Verlags. Die beiden Boxen für die Klassen 5 bis 7 und 8 bis 10, die sich im Schwierigkeitsgrad teilweise deutlich unterscheiden, liefern dabei jeweils etwa 80 Karteikarten



Ernst Klett-Verlag, Stuttgart

Litfaß-Säule

mit Fermi-Aufgaben und vertiefenden Fragestellungen und somit ausreichend Material für die Beschäftigung mit offenen Aufgaben. Eine weitere wichtige Säule meines Unterrichts waren die iPads, die jede Gruppe einerseits zur Recherche, andererseits für die Präsentation der Ergebnisse erhielt. Im Verlauf der Stunde fotografierte ich mit einem iPad alle gewählten Aufgaben und sobald eine Schülergruppe ihre Ergebnisse präsentierte, konnte die Klasse auf dem Smartboard sowohl die Aufgabe, als auch die Ergebnisse der Gruppe auf den beiden iPads gleichzeitig sehen. Dieser Medieneinsatz war vor allem für die Stunden mit dem Fokus auf der Präsentation von entscheidender Bedeutung.

#### **Ablauf**

Einstiegsproblem Wie bereits angesprochen begann auch meine Lehrprobe mit einem kurzen Lehrervortrag zur Lösung einer Fermi-Aufgabe, die in der vorigen Stunde Probleme bereitet hatte. Dabei thematisierte ich auch bereits bekannte Elemente, wie beispielsweise die Strategieschlüssel und den Modellierungsplan. Zur Präsentation meiner Ergebnisse nutzte ich dabei dieselben Mittel, die auch den Schülern für ihre Präsentation zur Verfügung standen. Im Wesentlichen waren das die Apps Explain Everything, Keynote (PowerPoint) oder einfach ein leeres "Blatt Papier", auf dem ich meine Lösung darstellte. Die Schüler hatten während des Kurzvortrages die Aufgabe, sich Überlegungen und Notizen zu der Frage zu machen, wie man die Lösung der Aufgabe möglichst anschaulich präsentieren könnte. Die

Ideen der Schüler wurden dann von mir aufgegriffen und im Gespräch thematisiert.

### Strategiefindung.

Eine wichtige Phase für den Unterricht war die Phase der Strategiefindung. Jede Schülergruppe erhielt in einem Umschlag den Arbeits-

auftrag und jeweils drei Aufgaben, von denen sie gemeinsam eine auswählten. Innerhalb der nächsten fünf Minuten hatten die Schüler dann die Aufgabe, ihre Herangehensweise mit Hilfe der Strategieschlüssel zu planen und sich genau zu überlegen, welche Angaben sie noch benötigten, welche Mittel sie einsetzen würden und wie ihre Lösung ungefähr aussehen würde. In dieser Phase standen den Schülern noch keine iPads zur Verfügung, da diese für zu viel Ablenkung gesorgt und so eine gelungene Planung des Lösungswegs gestört hätten.



## Arbeitsauftrag:



Entscheidet euch gemeinsam für eine Aufgabe und überlegt euch Strategien, wie ihr die Aufgabe lösen könntet. (Zeit: 5 min)



Löst die Aufgabe mit Hilfe der Schlüssel und des Modellierungsplans. (Zeit: 7 min)



Bereitet die Präsentation eurer Lösung vor und orientiert euch dabei an folgenden Punkten:

- Stellt der Klasse eure Aufgabe vor und lasst ihnen kurz Zeit, sich in die Aufgabe reinzudenken.
- ▶ Welche Ideen haben eure Mitschüler zur Lösung der Aufgabe?
- Stellt eure eigenen Ideen und euren Lösungsweg vor. (Skizze, Zeichnung, Rechnung, ...)

*Erarbeitung* Sobald die Strategie klar war, erhielt jede Gruppe ein iPad zur Recherche und zur Strukturierung ihrer Präsentation. In dieser Phase arbeiteten die Schüler völlig frei, während ich als Lehrer ihnen lediglich beratend zur Seite stand. Die Schüler hatten für diese Phase ungefähr 12 Minuten Zeit, wobei ich sie in dieser speziellen Stunde fünf Minuten vor Ablauf der Zeit noch einmal an die Vorbereitung der Präsentation erinnerte.

Präsentation Je nach Zeit und Umfang der Lösung präsentierten in jeder Stunde zwei bis drei Gruppen ihre Lösungen der Klasse. Dabei waren immer sowohl die Aufgabe, als auch die Lösung der Gruppe am Smartboard sichtbar, sodass die anderen Schüler nicht nur passive Zuhörer waren, sondern sich auch hier Notizen machten und eigene Lösungsvorschläge mit einbringen konnten. Für die Präsentation sollten die Schüler vor allem darauf achten, ihre jeweilige Fermi-Frage klar zu formulieren, ihre schriftlichen Aufzeichnungen gut zu strukturieren, gegebenenfalls mit Farben oder Skizzen zu arbeiten und die Lösung möglichst frei der Klasse zu präsentieren.

Reflexion Am Ende jeder Stunde folgte eine kurze Reflexion zum Schwerpunkt der Stunde, die je nach Thema schriftlich oder mündlich stattfand. In den ersten Stunden ging es dabei meistens um die Arbeit in der Gruppe oder den Einsatz der Strategieschlüssel, in meiner Lehrprobenstunde hatten die Schüler die Aufgabe, den Präsentierenden eine mündliche Rückmeldung zu geben, welche Elemente der Präsentationen ihnen besonders gut geholfen hatten, den Lösungsweg nachzuvollziehen.

## Zusammenfassung

Die Stunde zum Thema Fermi-Fragen weist eine Besonderheit auf, die normalerweise für Lehrprobenstunden untypisch ist. Ich habe keine einzige inhaltsbezogene Kompetenz thematisiert. Die Festlegung auf ein bestimmtes Thema wäre zwar in einem gewissen Rahmen möglich gewesen, war jedoch erstens nicht meine Intention und hätte zweitens den selbstdifferenzierenden Charakter der Stunde verhindert. Mein Ziel war es, den Schülern die prozessbezogenen Kompetenzen zu vermitteln, die eine Beschäftigung mit komplexen oder offenen Aufgaben erfordert. Die Fermi-Aufgaben stärkten viele der prozessbezogenen Kompetenzen, die der Bildungsplan für das Fach Mathematik vorsieht und diesen Lerneffekt konnte ich nach einer gewissen Zeit auch im regulären Mathematikunterricht feststellen.

